Bilaga C – Fastställande av priser i placeringsdelen (matematisk beskrivning)

Följande optimeringsproblem används, för respektive bands placeringsförfarande, för att bestämma priser i placeringsdelen (avsnitt 4.3.4.6).

Notation:

W	Mängden budgivare som vunnit block och från vilka bud erhållits i placeringsdelen.
i	Ett index för de budgivare som ingår i W.
C	En delmängd av de budgivare som ingår i W (m.a.o. $C \subseteq W$).
β_i^*	Budgivare i:s vinnande placeringsbud, dvs. beloppet för det placeringsalternativ som motsvarar den placering budgivaren erhåller i det vinnande placeringsalternativet.
v^{-C}	Maximalt värdet på placeringsbuden som skulle vara associerade med det hypotetiskt vinnande placeringsalternativet som skulle väljas om alla budgivare i C skulle bjudit noll för alla sina möjliga placeringsalternativ. Notera att $v^{-W} = 0$, dvs. om alla budgivare skulle bjudit noll skulle värdet på det vinnande placeringsalternativet (som då skulle bestämmas slumpmässigt) vara noll. Notera att $v^{-\emptyset} = \sum_{i \in W} \beta_i^*$, där ∅ är den tomma mängden.
$\sigma(C)$	Alternativkostnad för att tilldela budgivarna i $C \subseteq W$ placeringsmöjligheterna de erhåller i det vinnande placeringsalternativet. Alternativkostnaderna beräknas enligt: $$\sigma(C) = v^{-C} - \sum_{i \in W \setminus C} \beta_i^*$$ Notera att, med $C = \{i\}$, dvs. den mängd som innehåller en enskild budgivare i, är $\sigma(\{i\})$ den individuella alternativkostnaden då denne erhåller sitt vinnande placeringsalternativ. Detta refereras till som budgivarens ”individuella alternativkostnad”.
p_i	Priset som budgivare i ska betala i det vinnande placeringsalternativet.

Steg 1: Finn en prisvektor $p^{\star}$ som minimerar de totala betalningarna för de valda placeringsalternativen genom att lösa följande optimeringsproblem:

$$\min \sum_{i \in W} p_i$$

under bivillkoret:

$$\sum_{i \in C} p_i \geq \sigma(C) \forall C \subseteq W$$

Steg 2: Om $\sum_{i \in W} p_i^{\star} = \sum_{i \in W} \sigma(\{i\})$ är denna lösning unik och varje budgivare ska betala sin individuella alternativkostnad, det vill säga $p_i^{\star} = \sigma(\{i\}) \forall i$.

Eftersom varje budgivare i måste betala åtminstone sin individuella alternativkostnad $\sigma(\{i\})$ enligt bivillkoret i steg 1 där $C = \{i\} \subseteq W$, kan denna likhet endast gälla om varje budgivare i betalar exakt sin individuella alternativkostnad, $p_i^{*} = \sigma(\{i\})$.

Steg 3: I annat fall, dvs. om $\sum_{i \in W} p_i^{\star} > \sum_{i \in W} \sigma(\{i\})$, bestäms de individuella priserna för placering genom att lösa följande minimeringsproblem:

$$\min \sum_{i \in W} \left(p_i - \sigma(\{i\})\right)^2$$

under bivillkoren:

$$\sum_{i \in C} p_i \geq \sigma(C) \forall C \subseteq W$$

$$\sum_{i \in W} p_i = \sum_{i \in W} p_i^{\star}$$

Det kvadratiska optimeringsproblemet har en unik lösning: den prisminimerande vektorn som definierar den punkt i det euklidiska rummet, med en dimension för varje budgivares pris för placering, som uppfyller bivillkoren i steg 3 och som ligger närmast den punkt som definieras av vektorn för de individuella alternativkostnaderna.

Steg 4: Avrunda p_i uppåt till närmaste belopp i hela kronor.